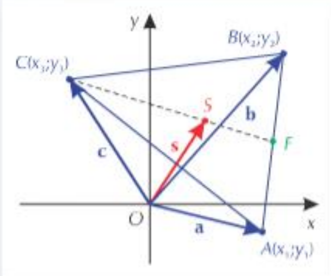
A háromszög súlypontjának koordinátái

Elmélet, levezetés

A háromszög egyik csúcsát a szemközti oldal felezőpontjával összekötő szakaszt súlyvonalnak nevezzük. A súlyvonalak egy pontban metszik egymást. Ez a pont a **súlypont**. A súlypont mindegyik súlyvonalnak a csúcstól távolabbi harmadolópontja.

Az előbbiek alapján könnyen felírhatjuk az $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$, $C(x_3; y_3)$ csúcspontú háromszög S súlypontjának koordinátáit. Az S pont a CF súlyvonal F-hez közelebb eső harmadolópontja. Minthogy F az AB szakasz felezőpontja, ezért **F** koordinátái $F \equiv \vec{F}\left(\frac{x_1+x_2}{2}; \frac{y_1+y_2}{2}\right)$. Az előbbi példa szerint S koordinátái:



$$x = \frac{2\frac{x_1+x_2}{2}+x_3}{3},$$

$$y = \frac{2\frac{y_1+y_2}{2}+y_3}{3}.$$

Így

$$x = \frac{x_1+x_2+x_3}{3},$$

$$y = \frac{y_1+y_2+y_3}{3}.$$

A háromszög súlypontjának koordinátái a csúcspontok megfelelő koordinátái összegének harmadával, azaz a csúcspontok megfelelő koordinátáinak számtani közepeivel egyenlők.

Az előbbiekben tulajdonképpen a CF súlyvonal F-hez közelebb levő harmadolópontjának koordinátáit számítottuk ki. Azért mondhatjuk, hogy így a súlypont koordinátáihoz jutottunk, mert a 10. osztályban bebizonyítottuk, hogy a háromszög bármelyik súlyvonalának az oldalhoz közelebb eső harmadolópontja ugyanaz a pont. Nem érdemes a számolást újra elvégezni, elég, ha az A, B, C pontok, illetve azok megfelelő koordinátáinak a szerepét felcseréljük. E csere az $x_1 + x_2 + x_3$ és az $y_1 + y_2 + y_3$ összeget nem változtatja meg, s így eredményül ugyanannak a pontnak a koordinátáit kapjuk. Ez azt jelenti, hogy a másik két súlyvonal is átmegy az eredetileg kiválasztott súlyvonal megfelelő harmadolópontján.

Fogalmak
felezőpont koordinátái;
súlypont koordinátái.

Megjegyzés

A 9.-es és a 10.-es gimnáziumi tankönyvben is szerepelt, hogy a háromszög súlyvonalai egy pontban metszik egymást. Az ott leírt bizonyításból következik, hogy ha az A, B, C, S pontokhoz tartozó helyvektorok **a**, **b**, **c**, **s**, akkor

$$\mathbf{s} = \frac{\mathbf{a}+\mathbf{b}+\mathbf{c}}{3}.$$

Ebből közvetlenül is felírható a koordináták közötti, előbb kapott összefüggés.

A képlet

$$\boxed{S\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}; \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)}$$

Mintafeladat

Adott egy háromszög csúcsának koordinátája:

A(2;1)
B(6;4)
C(10;-3)

Számítsd ki a háromszög súlypontjának koordinátáit!

Megoldás

$$\overset{x_1\,;\,y_1}{A(2\,;1)}$$

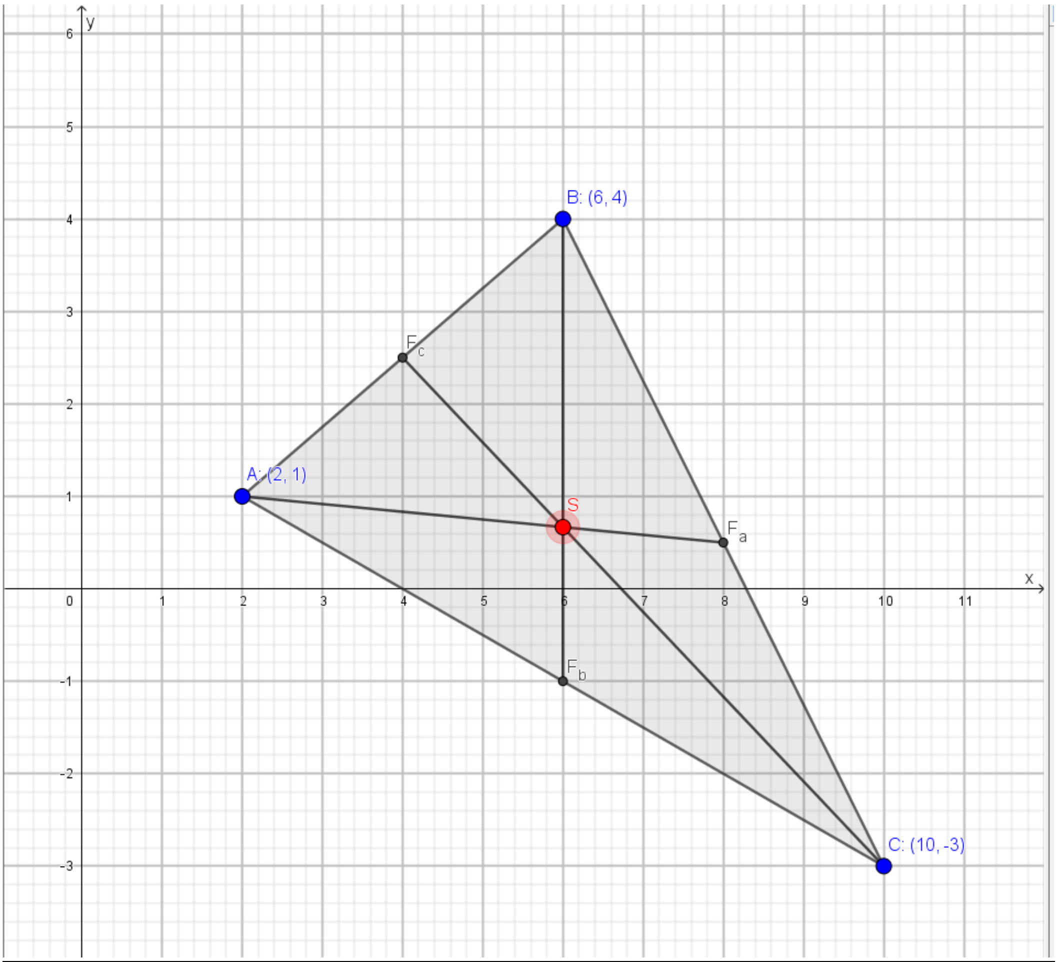
$$\overset{x_2\,;\,y_2}{B(6\,;4)}$$

$$\overset{x_3\,;\,y_3}{C(10\,;-3)}$$

$$S(\frac{x_1+x_2+x_3}{3};\frac{y_1+y_2+y_3}{3})$$

$$S(\frac{2+6+10}{3};\frac{1+4+(-3)}{3})$$

$$\boxed{S(6;\frac{2}{3})}$$



Megoldandó feladatok:

1. Adott egy háromszög csúcsának koordinátája:

   A(1;1)

   B(4;4)

   C(10;1)

   Számítsd ki a háromszög súlypontjának koordinátáit!
   Ábrázold a háromszöget és súlypontját koordináta-rendszerben!

2. Adott egy háromszög csúcsának koordinátája:

   A(0;-7)

   B(-4;8)

   C(-5;-1)

   Számítsd ki a háromszög súlypontjának koordinátáit!

   Ábrázold a háromszöget és súlypontját koordináta-rendszerben!